

GeoGebra 2.5 kézikönyv

Fordította: Sulik Szabolcs

May 15, 2006

Contents

Contents	2
1 Mi is az a GeoGebra?	5
2 Példák	6
2.1 Háromszög szögekkel	6
2.2 $y = kx + d$ lineáris egyenlet	6
2.3 A, B, C pontok súlypontja	7
2.4 AB szakasz 7 : 3 arányú osztópontja	7
2.5 Kétismeretlenes lineáris egyenletrendszer	8
2.6 Függvény érintője	8
2.7 Polinom függvények vizsgálata	9
2.8 Integrálok	9
3 Geometriai adatok bevitele	11
3.1 Általános megjegyzések	11
3.1.1 Környezeti menü	11
3.1.2 Mutatás, elrejtés	11
3.1.3 Nyomvonal	12
3.1.4 Nagyítás	12
3.1.5 Tengelyek aránya	12
3.1.6 Szerkesztő protokoll	12
3.1.7 Újra definiálás	12
3.2 Módok	13
3.2.1 Általános módok	13
3.2.2 Pont	14
3.2.3 Vektor	15
3.2.4 Szakasz	15
3.2.5 Félegyenes	15
3.2.6 Sokszög	16
3.2.7 Egyenes	16
3.2.8 Kúpszelet	17
3.2.9 Ív és szelet	17

3.2.10	Számok és szögek	18
3.2.11	Mértani hely	19
3.2.12	Geometriai transzformációk	19
3.2.13	Szöveg	20
3.2.14	Képek	21
3.2.15	Képek tulajdonságai	21
4	Algebrai adatok bevitele	23
4.1	Általános megjegyzések	23
4.1.1	Értékek megváltoztatása	23
4.1.2	Animáció	23
4.2	Közvetlen adatbevitel	24
4.2.1	Számok és szögek	24
4.2.2	Pontok és vektorok	24
4.2.3	Egyenes	25
4.2.4	Kúpszelet	25
4.2.5	Függvény	25
4.2.6	Aritmetikai műveletek	26
4.3	Parancsok	27
4.3.1	Általános parancsok	27
4.3.2	Numerikus parancsok	28
4.3.3	Szög	29
4.3.4	Pont	30
4.3.5	Vektor	31
4.3.6	Szakasz	32
4.3.7	Félegyenes	32
4.3.8	Sokszög	32
4.3.9	Egyenes	33
4.3.10	Kúpszelet	34
4.3.11	Függvény	35
4.3.12	Ív és cikk	36
4.3.13	Kép	37
4.3.14	Mértani hely	37
4.3.15	Geometriai transzformációk	37
5	Nyomtatás és exportálás	40
5.1	Nyomtatás	40
5.1.1	Rajzlap	40
5.1.2	Szerkesztő protokoll	40
5.2	Rajzlap mint kép	40
5.3	Rajzlap a vágólapra	41
5.4	Szerkesztő protokoll mint weblap	41
5.5	Dinamikus munkalap mint weblap	42

6	Beállítások	43
6.1	Pont elfogás	43
6.2	Szög egysége	43
6.3	Tizedes helyek	43
6.4	Pont stílus	43
6.5	Grafika	43
6.6	Betű méret	44
6.7	Nyelv	44
6.8	Rajzlap	44
	Index	45

Chapter 1

Mi is az a GeoGebra?

A GeoGebra egy matematika-oktatási segédeszköz, mely témájában a geometriához, algebrához és kalkulushoz kapcsolódik. A programot Markus Hohenwarter fejlesztte a Salzburg Egyetemen.

Egyrészt egy dinamikus geometriai rendszer, ahol pontokat, vektorokat, szakaszokat, egyeneseket, kúpszeleteket éppúgy ábrázolhatsz, mint függvényeket, majd ezeket az alakzatokat dinamikusan változtathatod.

Másrészt egyenletek és koordináták is megadhatók közvetlenül, illetve változóként használhatsz számértéket, pontot, vektor. A GeoGebra képes a függvények deriváltjának és integráljának meghatározására, valamint parancsokat biztosít a gyökök és szélsőértékek kereséséhez.

Ezen két nézőpont határozza meg leginkább a GeoGebrát: alakzat egyszerre van jelen kifejezés és geometriai rajz formájában.

Chapter 2

Példák

Lássunk néhány példát, hogy jobban megismerd a GeoGebralehetőségeit.

2.1 Háromszög szögekkel

- Először válaszd a *Új pont* módot (lásd 3.2) az eszköztáron és kattints háromszor a rajztáblán, hogy felvedd egy háromszög három csúcspontját (A, B, C).
- Válaszd a *Sokszög* módot és készíts egy háromszöget úgy hogy sorban kiválasztod az A, B és C pontokat és végül újra az kezdőpontot (A). Az algebra ablakban megjelenik a háromszög területe.
- Ahhoz, hogy megtudd a háromszög szögeit, válaszd a *Szöget* az eszköztáron és kattints a háromszögre.

Most válaszd a *Mozgatus* módot, fogd meg az egyik csúcspontot és mozgasd. Ekkor a háromszög dinamikusan változni fog. Ha nincs szükséged az algebra ablakra vagy a koordináta tengelyekre, akkor elrejtetheted őket a *Nézet* menü használatával.

2.2 $y = kx + d$ lineáris egyenlet

Nézzük meg a k és d jelentését a $y = kx + d$ lineáris egyenletben úgy, hogy különböző értéket adunk nekik. Hogy ezt megtegyük vigyük fel a következő parancsokat az ablak alján található parancssorba (üss Enter-t minden sor után).

$$\begin{aligned}k &= 1 \\d &= 2 \\y &= kx + d\end{aligned}$$

Most kétféleképpen változtathatjuk meg k és d értékét: az algebra ablakban a változón jobbgombbal kattintás, majd Szerkesztés menüpont, vagy a parancssorban új értéket adunk neki.

$$\begin{aligned}k &= 2 \\k &= -3 \\d &= 0 \\d &= -1\end{aligned}$$

A változók értékét könnyen változtathatod nyilakkal (billentyű), ha kijelölöd a változót (animáció, 4.1.2) vagy csúszkával (jobbomb a változón, objektum megjelenítése; lásd 3.2.10).

Hasonló módon vizsgálhatod a kúpszeletek egyenleteit, mint $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$, $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ vagy $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$.

2.3 A, B, C pontok súlypontja

Most szerkesszük meg három pont súlypontját a következő parancsokkal. Természetesen a szerkesztés egérrel is elvégezhető az eszköztár megfelelő módjainak használatával (lásd 3.2).

$$\begin{aligned}A &= (-2, 1) \\B &= (5, 0) \\C &= (0, 5) \\M_a &= \text{Középpont}[B, C] \\M_b &= \text{Középpont}[A, C] \\s_a &= \text{Egyenes}[A, M_a] \\s_b &= \text{Egyenes}[B, M_b] \\S &= \text{Metszéspont}[s_a, s_b]\end{aligned}$$

Másképpen közvetlenül is számítható a pont az alábbi képlettel

$$S1 = (A + B + C) / 3$$

és összehasonlíthatók a végeredmények az alábbi paranccsal

$$\text{Kapcsolat}[S, S1]$$

Ezután kísérletezhetünk, hogy az $S = S1$ egyenlőség az A, B, C pontok milyen más pozíciójában lesz igaz. Ezt úgy tehetjük meg, hogy kiválasztjuk a Mozgatás módot (balszélső gomb az eszköztáron) és ezzel mozgatjuk a pontot a rajzlapon.

2.4 AB szakasz 7 : 3 arányú osztópontja

A GeoGebra lehetőséget biztosít számunkra, hogy vektorokkal dolgozzunk, és mindezt könnyen megteheszük.

$$\begin{aligned}A &= (-2, 1) \\B &= (3, 3) \\T &= A + 7/10 (B - A)\end{aligned}$$

Ennek egy másik módja:

$$\begin{aligned} A &= (-2, 1) \\ B &= (3, 3) \\ v &= \text{Vektor}[A, B] \\ T &= A + 7/10 v \end{aligned}$$

Következő lépésként bevezethetünk egy t számot (például csúszkával, 3.2.10) és újradefiniálhatjuk a T pontot, mint $T = A + t v$ (lásd 3.1.7). Ha változtatjuk t értékét, akkor azt láthatjuk, hogy T egy egyenesen mozog.

Ez az egyenes megadható paraméteres alakban (lásd 4.2.3):

$$g: X = T + s v$$

2.5 Kétismeretlenes lineáris egyenletrendszer

Két kétismeretlenes egyenlet felfogható két egyenesként is. Az algebrai megoldás a két egyenes metszéspontját jelenti.

$$\begin{aligned} g &: 3x + 4y = 12 \\ h &: y = 2x - 8 \\ S &= \text{Metszéspont}[g, h] \end{aligned}$$

Megváltoztathatod az egyenlete az algebra ablakban (jobb klikk, Szerkesztés) vagy mozgathatod és forgathatod az egyeneseket az egérrel (*Mozgatás*, 3.2.1; *Forgatás*, 3.2.1)

2.6 Függvény érintője

A GeoGebra lehetőséget biztosít arra, hogy paranccsal határozzuk meg egy $f(x)$ függvény $x=a$ pontban vett érintőjét.

$$\begin{aligned} a &= 3 \\ f(x) &= 2 \sin(x) \\ t &= \text{Érintő}[a, f] \end{aligned}$$

Animációval (lásd 4.1.2) az érintő végighalad az egész grafikonon. Egy másik megvalósítási lehetőség:

$$\begin{aligned} a &= 3 \\ f(x) &= 2 \sin(x) \\ T &= (a, f(a)) \\ t &: X = T + s (1, f'(a)) \end{aligned}$$

Itt felvettünk a függvény grafikonjának egy T pontját. A t érintőt paraméteres formában adtuk meg. Ezenkívül természetesen megszerkeszthető egy függvény érintője geometriai eszközökkel is:

- Válaszd az *Új pont* módot (lásd 3.2) és kattints az f függvény grafikonjára.
- Válaszd az *Érintő* módot és kattints a függvényre, majd pedig a korábban létrehozott pontra.

Most válaszd a *Mozgatás* módot és a pontot mozgasd a függvényen. Ekkor az érintő is dinamikusan változni fog.

2.7 Polinom függvények vizsgálata

A GeoGebra-val vizsgálhatod polinom függvények a gyökeket, lokális szélsőértékeit és inflexiós pontjait.

```
f(x) = x^3 - 3 x^2 + 1
N = Gyök[f]
E = Szélsőérték[f]
W = InflexiósPont[f]
```

Mozgatás módban mozgathatod a függvény grafikonját. Ebben a módban a függvény első két deriváltja is vizsgálható.

```
Derivált[f]
Derivált[f, 2]
```

2.8 Integrálok

Az integrál bevezetéséhez a GeoGebra lehetőséget biztosít arra, hogy a függvény alsó- és felsőösszegét, mint téglalap(ok) területét jelenítsük meg.

```
f(x) = x^2/4 + 2
a = 0
b = 2
n = 5
L = AlsóÖsszeg[f, a, b, n]
U = FelsőÖsszeg[f, a, b, n]
```

Az a, b vagy n változtatásával (animáció, 4.1.2; csúszka, 3.2.10) jól látható ezek hatása. A beosztás finomításához az n beosztását kell növelni 1-re (jobb kattintás az n változón, Tulajdonságok).

A határozott integrál látható a következőkben:

Integrál[f, a, b]

Az F primitívfüggvény meghatározása:

F = Integrál[f]

Chapter 3

Geometriai adatok bevitele

Most bemutatjuk mire használható az egér a GeoGebrában.

3.1 Általános megjegyzések

A geometria ablak (a jobb oldalon) felelős a pontok, vektorok, szakaszok, szökök, függvények, egyenesek és kúpszeletek vizuális megjelenítésért. Amikor egy alakzat fölé kerül az egér, egy leírás jelenik meg. A geometria ablakra gyakran *rajzlap* néven hivatkozunk.

Számos mód áll rendelkezésre a GeoGebrában, melyekkel különböző utasításokat adhatunk az egér segítségével (új pont, metszet, három pontra illeszkedő kör, ...). Ennek részletesebb bemutatására később kerül sor (3.2).

Egy dupla kattintás egy alakzaton az algebra ablakban megnyitja az alakzat képletét szerkesztésre.

3.1.1 Környezeti menü

Egy alakzaton történő jobb kattintáskor egy környezeti menü jelenik meg, ahol kiválasztható az algebrai jelölés (polár vagy dekartesi koordináták, implicit vagy explicit egyenlet, ...). Itt található még az *Átnevezés*, *Szerkesztés* vagy *törlés*.

A Tulajdonságok menüpontot választva egy párbeszédablak jelenik meg, ahol megváltoztatható az alakzat színe, mérete, az egyenes szélessége, stílusa, kitöltése stb.

3.1.2 Mutatás, elrejtés

A geometriai alakzatok lehetnek láthatóak (mutat) vagy nem (rejt). Az *Objektum mutatás/elrejtése* mód (3.2.1), illetve a környezeti menü (3.1.1) segítségével változtatható meg ez az állapot. Minden alakzat mellett balról látható egy kis ikon az algebra ablakban. Ez jelzi az alakzat aktuális megjelenítési állapotát.

3.1.3 Nyomvonal

A geometriai alakzatok mozgathatósága közbeni nyomvonalát is meg lehet jeleníteni. Ehhez a környezeti menüben (3.1.1) be kell kapcsolni a Nyomvonal menüpontot.

A *Nézet frissítése* menüpont a *Nézet* menüben kitörli az összes nyomvonalat.

3.1.4 Nagyítás

A rajzlapon jobb kattintás után megjelenő környezeti menüben megjeleni a nagyítás, kicsinyítés lehetősége is. Lásd a *Nagyítás* (3.2.1) és *Kicsinyítés* (3.2.1) módokat.

Ablak nagyítása: egyszerűen jelöld ki jobbgombbal azt a téglalap alakú területet, amire közelíteni szeretnél.

3.1.5 Tengelyek aránya

A rajzlapon megjelenő környezeti menüben megváltoztatható az x és y tengelyeken megjelenített beosztásmértékek aránya is.

3.1.6 Szerkesztő protokoll

Az interaktív szerkesztő protokoll (*Nézet* menü) egy táblázat, mely mutatja a szerkesztés lépéseit. Itt újra lejátszható a szerkesztés lépésről lépésre. Ezen kívül új lépések is beszúrhatók illetve a korábbi lépések sorrendje is megváltoztatható. További részletek a szerkesztő protokoll súgó menüjében.

3.1.7 Újra definiálás

Egy alakzat könnyen újra meghatározható (*Újra definiál*) a környezeti menü segítségével (3.1.1). Ez egy nagyon hasznos eszköz a szerkesztés későbbi megváltoztatásához. Az alakzaton történő dupla kattintással is elérhető ez a funkció.

Ahhoz, hogy egy szabad A pontot egy h egyenesre illesszünk, válasszuk a ponton az *Újra definiál* menüpontot és adjuk meg a `Pont[h]` képletet. Ha később szeretnénk eltávolítani az egyenesről a pontot, használjuk újra az *Újra definiál* funkciót szabad koordinátákkal, mint például $(3, 2)$.

Egy másik példa az A és B pontokra illeszkedő h egyenes átalakítása AB szakasszá: válasszuk az *Újra definiál* menüpontot és adjuk meg a szakaszt (`Szakasz[A, B]`).

Alakzatok újra definiálása egy rendkívül rugalmas eszköz a szerkesztések megváltoztatására, ha utólag látjuk csak az igazán helyes megoldást. Fontos megjegyezni, hogy ez a funkció megváltoztathatja a szerkesztési lépések sorrendjét, így a szerkesztő protokollt is (3.1.6).

3.2 Módok

Az alábbi módok mindegyike az eszköztáron érhető el. Az ikonok jobb alsó sarkában található nyilakra kattintva lehet választani az azonos kategóriába tartozó módok közül.

Az alakzatok *kijelölésének* legegyszerűbb módja, ha *rákattintasz*. Minden szerkesztési módban lehet pontot rajzolni egyszerűen a rajzlapon kattintva.

3.2.1 Általános módok

Mozgatás

A szabad alakzatok szabadon mozgathatók, áthelyezhetőek.

Egy alakzat kiválasztásához kattintsunk rá Mozgatás módban, ezzel kijelöltük az alakzatot. Ekkor a következők tehetők vele:

- törlés a Del billentyűvel
- mozgatás a nyilakkal (lásd 4.1.2)

Több alakzat egyszerre történő kijelöléséhez a Ctrl billentyűt kell használni.

Pont körüli forgatás

Először a forgatás középpontját kell kiválasztani. Ezután a szabad alakzatok forgathatók az előbb kijelölt pont körül, egyszerű meg kell fogni az egérrel.

Kapcsolat

Két alakzat közötti kapcsolat megállapításához ki kell jelölni vizsgált két alakzatot. (4.3.1).

Rajzlap mozgatása

A rajzlap mozgatásához egyszerűen meg kell fogni azt és elmozgatni. Ekkor valójában a koordinátarendszer mozgatása történik.

Egy másik módszer, hogy bármely módban a Ctrl billentyű lenyomása mellett megragadjuk a rajzlapot és elmozdítjuk.

Nagyítás

Ebben a módba a rajzlapon kattintva nagyíthatjuk az adott területet (lásd ??).

Kicsinyítés

Ebben a módba a rajzlapon kattintva kicsinyíthetjük az adott területet (lásd ??).

Alakzatok mutatása / elrejtése

Ebben a módban az alakzaton kattintva lehet választani az elrejtés és a megjelenítés között. Minden kiemelt alakzat el lesz rejtve. Az elrejtés / megjelenítés csak egy másik módba váltáskor érvényesül.

Feliratok mutatása / elrejtése

Egyszerűen a megfelelő alakzaton kattintva lehet elrejtetni / megjeleníteni annak feliratát.

Vizuális stílus másolása

Ezzel a móddal lehet egy alakzat megjelenítési tulajdonságait másolni a többire, mint például a színe, mérete, vonal stílusa, stb.

Először azt az alakzatot kell megjelölni, amelynek a tulajdonságait másolni szeretnénk, majd azokra az alakzatokra kell kattintani, melyeket formázni akarunk. (Arra azért érdemes figyelni, hogy lehetőleg azonos típusú alakzatok legyenek. Például minden alakzatnak van színe, de egy pont mérete nem azonos egy egyenes vonalvastagságával, így azt visszaállítja az alapbeállítá-sokra (mivel nem meghatározható).)

Alakzatok törlése

Egyszerűen az alakzaton kattintva.

3.2.2 Pont

Új pont

Ebben a módban a rajzlapon kattintva lehet új pontot létrehozni. A pont koordinátái az egérgomb felengedésekor lesznek rögzítve.

Egy szakaszon, egyenesen vagy kúpszeleten kattintva, az alakzatra illeszkedő pont jön létre. Két alakzat metszetén kattintva létrejön a metszéspont.

Metszéspont

Két alakzat metszéspontja két módon hozható létre.

1. A két alakzatot kijelölve: minden metszéspont létrejön (ha lehetséges)
2. A két alakzat metszetén kattintva: csak ez az egy metszéspont jön létre

Szakaszok, félegyenesek és ívek számára lehetőség van egy speciális opció, a *kieső met-szetek engedélyezése* (Tulajdonságok, 3.1.1). Ez arra használható, hogy ezen alakzatok kiter-jesztéseinek metszéspontjait is meghatározzuk. Például egy szakasz kiterjesztése egyenes, ívé kör.

Középpont

Alakzatok középpontja a következőképpen határozható meg:

1. két ponton kattintva megkapjuk a két pont által meghatározott szakasz felezőpontját
2. egy szakaszon kattintva megkapjuk annak felezőpontját
3. egy kúpszeleten kattintva megkapjuk a középpontját.

3.2.3 Vektor

Vektor

Meg kell adni a vektor kezdő- és végpontját.

Vektor pontból

Meg kell adni az A pontot és a v vektort a $B = A + v$ pont létrehozásához.

3.2.4 Szakasz

Szakasz

A és B pont megjelölése meghatároz egy szakaszt. Az algebra ablakban látható a létrehozott szakasz hossza.

Szakasz távolsággal

Először is meg kell jelölni (létrehozni) a szakasz A kezdőpontját, majd a megnyíló párbeszédablakban meg kell adni a szakasz kívánt hosszát.

Ekkor létrejön a szakasz a megadott hosszal valamint a szakasz B végpontja is. Ezután a B pontot *Mozgatás* módban lehet forgatni az A pont körül.

3.2.5 Félegyenes

Félegyenes

Két pont megjelölésével (A és B) lehet létrehozni az A kezdőpontú, B belsőponttú félegyeneset. Az algebra ablakban ekkor a tartóegyenes egyenlet látható.

3.2.6 Sokszög

Sokszög

Legalább három pont egymás utáni megjelölésével létrejön egy sokszög. A sokszög meghatározásának a végét a kezdőpont újbóli megjelölése jelenti. Az algebra ablakban ekkor a sokszög területe látható.

3.2.7 Egyenes

Egyenes

Egy A és B pont megjelölése meghatároz egy ezekre a pontokra illeszkedő egyenest. Az egyenes irányvektora ekkor az $(B-A)$.

Párhuzamos

Egy g egyenes és egy A pont meghatároz egy A pontra illeszkedő, g -vel párhuzamos egyenest. Az egyenes iránya megegyezik a g egyenes irányával.

Merőleges

Egy g egyenes és egy A pont meghatároz egy A pontra illeszkedő, g -re merőleges egyenest. Az egyenes iránya megegyezik a g egyenes normálvektorának irányával (4.3.5).

Szakasz felező

Egy szakasz felezőmerőlegesét meghatározza maga a szakasz, vagy a szakasz két végpontja. Az egyenes iránya egyezik a szakasz normálvektorának irányával (4.3.5).

Szögfelező

A szögfelezőt két módon határozhatjuk meg.

1. Három pont megjelölésével (A, B, C) létrejön az általuk közbezárt szög szögfelező egyenese, ahol a B pont a szög csúcspontja.
2. Két egyenes kijelölésével létrejön az általuk meghatározott minkét szög szögfelező egyenese.

Minden szögfelező egyenes irányvektora egységnyi hosszúságú.

Érintők

Egy kúpszelet érintőjét két úton határozhatjuk meg:

1. Egy A pont és egy c kúpszelet megjelölésével létrejön az összes olyan érintő, amely illeszkedik A pontra.
2. Egy g egyenes és egy c kúpszelet megjelölésével létrejön az összes olyan érintő, amely párhuzamos g -vel.

Egy A pont és egy f függvény kijelölésével létrejön a függvény $x = x(A)$ helyen lévő érintője.

Poláris

Ebben a módban egy kúpszelet polárisát ill. átmérő vonalát lehet létrehozni a következőképpen:

1. Egy pontot és egy kúpszeletet kell kijelölni, ekkor létrejön a pontnak kúpszeletre vonatkozó polárisa.
2. Egy egyenest vagy vektort és egy kúpszeletet kell kijelölni, ekkor létrejön az átmérővonal.

3.2.8 Kúpszelet

Kör középponttal és kerületi ponttal

Egy M és egy P pont meghatároz egy M középpontú P -re illeszkedő körvonalat. A kör sugara az MP távolság.

Kör középponttal és sugárral

Az M pont, mint középpont kijelölése után egy párbeszédablakban megadható a kör sugara.

Köréírt kör

Három pont (A, B, C) meghatároz egy kört, amely illeszkedik ezen három pontra. Ha a három pont egy egyenesbe esik akkor a kör egy egyenessé fajul.

Kúpszelet öt ponton keresztül

Öt pont meghatároz egy azokra illeszkedő kúpszeletet. Ha az öt pontból négy nem esik egy egyenesre akkor a kúpszelet megszerkeszthető.

3.2.9 Ív és szelet

Az ív algebrai értéke a hossza, a cikk értéke pedig a területe.

Félkör

Két pont, A és B meghatároz egy AB szakasz fölé rajzolt félkört.

Körív középponttal

Három pont, M, A és B meghatároz egy M középpontú, A kezdő- és B végpontú körívet. B pontnak nem kell a körívre illeszkednie.

Körcikk középponttal

Három pont, M, A és B meghatároz egy M középpontú, A kezdő- és B végpontú körcikket. B pontnak nem kell a körcikkre illeszkednie.

Körív belső ponttal

Három pont meghatároz egy ezekre illeszkedő körívet.

Körcikk belső ponttal

Három pont meghatároz egy ezekre illeszkedő körívet, és ehhez a körívhez tartozó körcikket.

3.2.10 Számok és szögek**Távolság**

Ezzel a móddal származtatható ...

1. két pont
2. két egyenes
3. egy pont és egy egyenes

távolsága.

Csúszka

Ebben a módban a rajzlap egy szabad területén kattintva lehet létrehozni egy számhoz vagy szöghöz tartozó csúszkát. A megjelenő ablakban lehet beállítani a szám ill. szög intervallumát ([min,max]) és a csúszka pixelben mért szélességét.

A GeoGebrában a csúszka semmi más mint egy szám vagy szög grafikus megjelenítése. Egyszerűen készíthető csúszka már meglévő szabad számokhoz ill. szögekhez az alakzat mutatásával (jobb gomb és *alakzat megjelenítése*).

A csúszka elhelyezkedése abszolút a képernyőhöz és relatív a koordináta-rendszerhez képes (lásd egy megfelelő szám tulajdonságai 3.1.1).

Szög

Ezzek a móddal létrehozható . . .

1. egy szög három ponttal
2. egy szög két szakasszal
3. egy szög két egyenessel
4. két vektor által bezárt szög
5. egy sokszög összes belső szöge

Ezen szögek mindegyike 0 és 180° közötti lehet. Ha ennél nagyobb szögekre van szükség, akkor azt a *Tulajdonságokban* lehet elérni, a *reflex szögek engedélyezése* (3.1.1).

Szög adott mérettel

Az A és B pont kijelölése után megjelenik egy párbeszédablak, ahol megadható a szög kívánt mérete. Ez a mód létrehoz egy C pontot és egy $\alpha = \angle(ABC)$ szöget.

3.2.11 Mértani hely

Mértani hely

Először ki kell jelölni egy Q pontot, amelynek a mértani helyére kíváncsiak vagyunk. Azután ki kell választani azt a P pontot, amelytől függ Q. Fontos, hogy a P pontnak illeszkedni kell egy alakzatra (egyenes, szakasz, kör, . . .).

3.2.12 Geometriai transzformációk

A következő geometriai transzformációk pontokra, egyenesekre, kúpszeletekre, sokszögekre és képekre alkalmazhatók.

Centrális tükrözés

Először a tükrözni kívánt alakzatot kell kijelölni, majd pedig a tükrözés középpontját.

Tengelyes tükrözés

Először a tükrözni kívánt alakzatot kell kijelölni, majd pedig a tükörtengelyt.

Forgatás

Először az elforgatni kívánt alakzatot kell kijelölni, majd a forgatás középpontját. Az ezután megjelenő ablakban lehet megadni a forgatás szögét.

Eltolás

Először az eltolni kívánt alakzatot kell kiválasztani, majd az eltolás vektorát.

Centrális nyújtás

Először a nyújtani kívánt alakzatot kell kiválasztani, majd nyújtás középpontját. Az ezután megjelenő ablakban lehet megadni a nyújtás hányadosát.

3.2.13 Szöveg

Szöveg beszúrása

Ezzel a móddal egyszerű szövegek ill. \LaTeX formulák készíthetők.

1. A rajzpad egy tetszőleges pontjára kattintva lehet új szöveget létrehozni.
2. Egy létező ponton kattintva lehet ahhoz szöveget megadni.

Ezután a megjelenő ablakba kell beírni a szöveget. Lehetőség van alakzatok adatainak felhasználására, ezáltal dinamikus szövegek létrehozására.

Szöveg	Leírás
"Ez egy szöveg"	egyszerű szöveg
"A pont = " + A	dinamikus szöveg az A pont értékének felhasználásával
"a = " + a + "cm"	dinamikus szöveg az a szakasz értékének felhasználásával

A szöveg helyzete lehet a képernyőhöz képest abszolút vagy a koordináta rendszerhez képest relatív (lásd a szöveg tulajdonságai 3.1.1).

\LaTeX Formulák

A GeoGebra lehetőséget biztosít formulák használatára. Ehhez létre kell hozni egy egyszerű szöveget és a megjelenő ablakban a szöveg helyén a \LaTeX szabályainak megfelelő formulákat lehet használni. Itt bemutatunk néhányat a fontosabb formulákból. Részletesebb leírással a \LaTeX dokumentációk szolgálnak.

L ^A T _E X formula	Eredmény
<code>a \cdot b</code>	$a \cdot b$
<code>\frac{a}{b}</code>	$\frac{a}{b}$
<code>\sqrt{x}</code>	\sqrt{x}
<code>\sqrt[n]{x}</code>	$\sqrt[n]{x}$
<code>\vec{v}</code>	\vec{v}
<code>\overline{AB}</code>	\overline{AB}
<code>x^{2}</code>	x^2
<code>a_{1}</code>	a_1
<code>\sin\alpha + \cos\beta</code>	$\sin \alpha + \cos \beta$
<code>\int_a^b x dx</code>	$\int_a^b x dx$
<code>\sum_{i=1}^n i^2</code>	$\sum_{i=1}^n i^2$

3.2.14 Képek

Kép beszúrása

Ezzel a móddal képek adhatók hozzá a szerkesztéshez.

1. A rajzlapon kattintva határozzuk meg a kép bal alsó sarkát.
2. Egy létező ponton kattintva határozzuk meg a kép bal alsó sarkát.

Ezután egy megnyitás párbeszédablakban lehet kiválasztani a beszúrni kívánt képet.

3.2.15 Képek tulajdonságai

Pozíció

A kép helyzete lehet abszolút a képernyőhöz képest és lehet relatív a koordinátarendszerhez képest (lásd kép tulajdonságai 3.1.1). A kép későbbi megváltoztatásához meg lehet határozni annak három pontját. Ez a lehetőség elég rugalmasságot biztosít a kép arányainak megváltoztatásához, forgatásához, sőt annak torzításához is.

- 1. sarok: a kép bal alsó sarkának helye.
- 2. sarok (jobb alsó): csak akkor adható meg, ha korábban az 1. sarok már meg lett adva. Ez szabályozza a kép szélességét.
- 4. sarok (bal felső): csak akkor adható meg, ha korábban az 1. sarok már meg lett adva. Ez szabályozza a kép magasságát.

Hozzunk létre három pontot: A, B, C. Legyen A pont az első és B a második sarok a képnek. Az A ill. B pontot mozgatva a *Mozgatás* módban megfigyelhető a beállítások hatása. Most adjuk meg A pontot, mint az első, és C pontot, mint negyedik sarokot. Végül pedig mind a három pontot megadva látható, hogyan torzítja a képet.

Láthattuk ezen beállítások hatását a kép helyzetére és méretére. Ha arra van szükségünk, hogy egy A ponthoz kapcsoljuk a képet, aminek 3 egység a szélessége és 4 egység a magassága, akkor az alábbi példa szolgáltat erre egy jó megoldást

- 1. sarok: A
- 2. sarok: A + (3,0)
- 4. sarok: A + (0,4)

Ezután, ha mozgatjuk a képet a *Mozgatás* módban, akkor az tartani fogja a kívánt méretet. Lásd *Sarok* parancs (4.3.13).

Háttérkép

Egy kép kezelhető *háttérként* is (kép tulajdonságai, 3.1.1). A háttérkép a koordinátarendszer mögött helyezkedik el, ezért egérrel többé nem választható ki.

Egy háttérkép tulajdonságainak megváltoztatására a *Nézet* menü *Tulajdonságok* menüpontja szolgál.

Áttetszőség

Egy kép áttetszővé tehető, ha szeretnénk látni a mögötte lévő alakzatokat. Egy kép áttetszősége a kitöltés értékének megváltoztatásával módosítható (kép tulajdonságai, 3.1.1).

Chapter 4

Algebrai adatok bevitele

Bemutatjuk, hogyan lehet a GeoGebrában az billentyűzetről algebrai parancsokat kiadni.

4.1 Általános megjegyzések

A *szabad* és *függő* alakzatok értékei, koordinátái és egyenletei az algebra ablakban olvashatók le (bal oldalon). A szabad alakzatok nem függenek semmilyen más alakzatoktól, szabadon megváltoztathatók.

Parancsokat a parancssorban lehet megadni a képernyő alsó részében. Ez a későbbiekben bemutatásra kerül (4.2 and 4.3).

4.1.1 Értékek megváltoztatása

A szabad alakzatok bármikor megváltoztathatók, a függők nem. Ahhoz, hogy manipulálni tudjunk a szabad alakzatok értékeivel, át kell írni őket egy új értékre a parancssorban (4.2).

Másik megoldás, ha az algebra ablakban a megfelelő alakzaton jobb gombbal kattintva kiválasztod a Szerkesztést a környezeti menüből (3.1.1).

4.1.2 Animáció

Számok és szögek értékei bármikor megváltoztathatók. Ehhez ki kell választani a Mozgatás módot (3.2.1), majd a számot ill. szöveget és a + vagy a - billentyűvel lehet változtatni az értékét.

Ha nyomva tartod ezen gombok valamelyikét, akkor animációt készíthetsz. Például, ha egy pont helyzete egy k számtól függ, mint $P = (2k, k)$, akkor a pont egy egyenesen fog végigfutni ahogy a k folyamatosan változik.

Mozgatás módban bármely szabad alakzat az iránybillentyűvel mozgatható. A mozgatás sebességét a Tulajdonság párbeszédablakban lehet beállítani. (3.1.1).

- Ctrl + iránybillentyű ... 10 * lépésköz
- Alt + iránybillentyű ... 100 * lépésköz

Egy egyenes egy pontja ugyancsak a + ill. a - billentyűkkel mozgatható az egyenesen.

4.2 Közvetlen adatbevitel

A GeoGebra számokat, szögeket, pontokat, vektorokat, szakaszokat, egyeneseket illetve kúpszeleteket tud kezelni. Bemutatjuk, hogyan lehet ezeket az alakzatokat létrehozni koordinátáikkal vagy egyenleteikkel.

Az alakzatok neveiben indexszámok is használhatók: A_1 vagy s_{AB} a következő alakban adhatók meg A_1 ill. s_{AB} .

4.2.1 Számok és szögek

Számok és szögek megadásakor a $.$ jelenti a tizedesvesszőt.

$$r \text{ szám} \mid r = 5.32$$

A szögek megadhatók fokban ($^\circ$) vagy radiánban (rad). A π konstans a radián értékeknél lehet hasznos.

	szög	radián
alfa szög	alfa = 60°	alfa = $\pi / 3$

A GeoGebra minden belső számítást radiánban végez. A $^\circ$ jelölés nem más, mint egy $\frac{\pi}{180}$ konstans, ami átalakítja a szöget radiánná.

Csúszkák és a nyilak

A szabad számok és szögek megjeleníthetők a rajzlapon csúszkával (lásd 3.2.10). Az iránybillentyűkkel tudod változtatni a számok illetve a szögek értékét, és ez megjelenik az algebra ablakban is (lásd 4.1.2).

Érték korlátozása adott intervallumra

A szabad számokat és szögeket be lehet határolni egy intervallumba [min, max] (Tulajdonságok, 3.1.1). Ez az intervallum a számhoz ill. szöghöz tartozó csúszkára is hatással lesz (lásd 3.2.10).

Minden függő szögnél beállítható, hogy a szög reflex szög vagy sem. (Tulajdonságok, 3.1.1).

4.2.2 Pontok és vektorok

A pontok és a vektorok megadhatók Descartes-féle koordinátákkal vagy polár koordinátákkal (4.2.1). Nagybetűs írásmód jelöli a pontokat, a kisbetűs a vektorokat.

	Descartes-féle koordináták	polár koordináták
pont P	P = (1, 0)	P = (1; 0°)
vektor v	v = (0, 5)	v = (5; 90°)

4.2.3 Egyenes

Az egyenes megadható x és y lineáris egyenletével vagy paraméteres alakban. Mindkét esetben csak előre definiált változók használhatók (számok, pontok, vektorok). Az egyenes nevét a koordináták előtt kell megadni és kettősponttal el kell választani a koordinátáktól.

	egyenlet	paraméteres alak
egyenes g	$g : 3x + 4y = 2$	$g : X = (-5, 5) + t (4, -3)$

Legyen például $k=2$ és $d=-1$. Ezután meghatározható g egyenes az egyenletével $g : y = kx + d$.

Az x és y tengely

A két koordinátatengely a nevükre való hivatkozással használható x Tengely és y Tengely. Például a `Merőleges[A, xTengely]` parancs egy x tengelyre merőleges egyenest szerkeszt A ponton keresztül.

4.2.4 Kúpszelet

A kúpszeletek másodfokú egyenleteikkel adhatók meg. A korábban definiált változók (számok, pontok, vektorok) is használhatók ehhez. A kúpszelet nevét a koordináták előtt kell megadni és kettősponttal el kell választani a koordinátáktól.

	egyenlet
ellipszis ell	$ell : 9x^2 + 16y^2 = 144$
hiperbola hyp	$hyp : 9x^2 - 16y^2 = 144$
parabola par	$par : y^2 = 4x$
kör k1	$k1 : x^2 + y^2 = 25$
kör k2	$k2 : (x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 25$

Legyen például $a=4$ és $b=3$. Most megadhatunk egy ellipszist, mint $ell : b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$.

4.2.5 Függvény

Függvények beviteléhez használhatók korábban definiált változók (számokat, pontokat, vektorokat, ...) és más függvények.

	Bevitel
f függvény	$f(x) = 3x^3 - x^2$
g függvény	$g(x) = \tan(f(x))$
névtelen függvény	$\sin(3x) + \tan(x)$

Minden belső függvény (mint a \sin , \cos , \tan , stb.) az aritmetikai műveletek részben van részletezve. (4.2.6).

A függvények deriváltjának (4.3.11) ill. integráljának (4.3.2) kiszámításához külön függvények tartoznak, de használható a $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$, ... forma is:

$$f(x) = 3x^3 - x^2$$

$$g(x) = \cos(f'(x + 2))$$

Továbbá a függvények tetszés szerint eltolhatók egy megadott vektorral (4.3.15), valamint a szabad függvények mozgathatók egérrel.

Függvény korlátozása adott intervallumra

A függvények megadhatók egy adott $[a, b]$ intervallumon belül is. Ehhez a Függvény parancsot kell használni. (lásd 4.3.11).

4.2.6 Aritmetikai műveletek

Számok, koordináták vagy egyenletek bevitelére (4.2) használhatók aritmetikai kifejezések és zárójelek is. A következő műveletek elvégzésére van lehetőség:

művelet	parancs
összeadás	+
kivonás	-
szorzás, skalár műveletek	* vagy szóköz
osztás	/
hatványozás	^ vagy ^{2, 3}
faktoriális	!
Gamma függvény	gamma ()
zárójelek	()
x koordináta	x ()
y koordináta	y ()
abszolút érték	abs ()
előjel	sgn ()
négyzetgyök	sqrt ()
exponenciális függvény	exp ()
logaritmus (természetes)	log ()
koszinusz	cos ()
szinusz	sin ()
tangens	tan ()
arc koszinusz	acos ()
arc sinusz	asin ()
arc tangens	atan ()

koszinusz hip.	<code>cosh()</code>
szinusz hip.	<code>sinh()</code>
tangens hip.	<code>tanh()</code>
koszinusz antihip.	<code>acosh()</code>
szinusz antihip.	<code>asinh()</code>
tangens antihip.	<code>atanh()</code>
számnál nem nagyobb, legnagyobb egész	<code>floor()</code>
számnál nem kisebb, legkisebb egész	<code>ceil()</code>
kerekítés	<code>round()</code>

Például az M , mint A és B pontokkal jelölt szakasz középpontja megadható a következő formában: $M = (A+B) / 2$. Egy v vektor hossza kiszámolható, mint $l = \sqrt{v \cdot v}$.

Látható, hogy GeoGebrában pontokkal és vektorokkal is lehet számításokat végezni.

4.3 Parancsok

Parancsok segítségével létre tudunk hozni új alakzatokat, vagy megváltoztatni már meglévőket. Egy g és egy h egyenes metszete egy új pontot határoz meg, például: $S = \text{MetszésPont}[g, h]$ (4.3.4).

Alakzatoknak nevet is adhatunk úgy, hogy a nevet az = elé írjuk. Példánkban az $S = \text{MetszésPont}[g, h]$ egy új pont, melynek neve S .

Használhatók indexek is az alakzatok neveiben: A_1 ill. s_{AB} megadható A_1 ill. s_{AB} formában.

4.3.1 Általános parancsok

Kapcsolat

Kapcsolat [a alakzat, b alakzat] egy üzenet ablakban megmutatja az a és b alakzatok közötti kapcsolatot.

Ez a parancs lehetőséget biztosít számunkra, hogy megvizsgáljuk két alakzat egybevágóságát, pont egyenesre ill. kúpszeletre illeszkedését, valamint egyenes kúpszelethez viszonyított érintő, metsző vagy kitérő voltát.

Törlés

Törlés [alakzat] Töröl egy alakzatot minden leszármazottjával együtt.

4.3.2 Numerikus parancsok

Hossz

Hossz [vektor] Egy vektor hossza.

Hossz [A pont] A-hoz tartozó helyvektor hossza.

Terület

Terület [A pont, B pont, C pont, ...] Pontokkal megadott sokszög területe

Távolság

Távolság [A pont, B pont] A és B pontok távolsága

Távolság [A pont, g egyenes] A pont és g egyenes távolsága

Távolság [g egyenes, h egyenes] g és h egyenes távolsága. Metsző egyenesek távolsága 0.
Ez a függvény párhuzamos egyenesek esetén használható.

Meredekség

Meredekség [egyenes] Egy egyenes meredeksége. Ez a parancs kirajzol egy meredekségi háromszöget is, melynek mérete változtatható. (lásd Tulajdonság, 3.1.1).

Sugár

Sugár [kör] Egy kör sugara

Paraméter

Paraméter [parabola] Egy parabola paramétere (a vezéregyenes és fókusz távolsága)

NagyTengelyHossz

NagyTengelyHossz [kúpszelet] Egy kúpszelet nagytengelyének hossza

KisTengelyHossz

KisTengelyHossz [kúpszelet] Egy kúpszelet kistengelyének hossza

Excentricitás

Excentricitás [kúpszelet] Egy kúpszelet excentricitása

Integrál

Integrál [f függvény, a szám, b szám] $f(x)$ határozott integrál $[a,b]$ intervallumon. Valamint berajzolja az $f(x)$ függvény és az x tengely közötti görbevonallú síkidom területét.

Integrál [f függvény, g függvény, a szám, b szám] $f(x)-g(x)$ határozott integrál $[a,b]$ intervallumon. Valamint berajzolja az $f(x)$ és $g(x)$ függvény közötti görbevonallú síkidom területét.

Lásd határozatlan integrál, 4.3.11.

Alsóösszeg

Alsóösszeg [f függvény, a szám, b szám, n szám] $f(x)$ függvény alsó összege $[a,b]$ intervallumon, n beosztással. Megrajzolja az alsó összeget, mint téglalap területet is.

Felsőösszeg

Felsőösszeg [f függvény, a szám, b szám, n szám] $f(x)$ függvény felső összege $[a,b]$ intervallumon, n beosztással. Megrajzolja az felső összeget, mint téglalap területet is.

4.3.3 Szög**Szög**

Szög [vektor, vektor] Két vektor szöge (0 és 360° között)

Szög [egyenes, egyenes] Két egyenes irányvektora közötti szög (0 és 360° között)

Szög [A pont, B pont, C pont] Az ABC pontok által határolt szög (0 és 360° között). B a szög csúcsa.

Szög [A pont, B pont, alfa szög] Az A, B és az A pont B körüli alfa szöggel való elforgatásából keletkező A' pontok által meghatározott szög. Ekkor az A pont elforgatott képe is létrejön (Forgatás[B, alfa, A]).

Szög [kúpszelet] A kúpszelet nagytengelyének az x tengellyel bezárt szöge (4.3.9)

Szög [v vektor] Az x tengely és v vektor által bezárt szög

Szög [A pont] Az x tengely és A pont helyvektora által bezárt szög

Szög [szám] Szög átalakítása radiánná (az eredmény 0 és 2π közötti)

Szög [sokszög] Egy sokszög összes belső szöge

4.3.4 Pont

Pont

Pont [egyenes] Pont egyenesen

Pont [kúpszelet] Pont kúpszeleten (pl. kör, ellipszis, hiperbola)

Pont [függvény] Pont függvényen

Pont [vektor] Pont vektoron

Pont [P pont, v vektor] $P + v$ pont

Középpont

Középpont [A pont, B pont] A és B pontok által meghatározott szakasz középpontja

Középpont [szakasz] Szakasz középpontja

Közép

Közép [kúpszelet] Kúpszelet középpontja (pl. kör, ellipszis, hiperbola)

Fókusz

Fókusz [kúpszelet] Kúpszelet (összes) fókuszpontja

Csúcpont

Csúcpont [kúpszelet] Egy kúpszelet (összes) csúcpontja (tengelyeivel alkotott metszéspontja)

Súlypont

Súlypont [sokszög] Egy sokszög súlypontja

Metszéspont

Metszéspont [g egyenes, h egyenes] g és h egyenesek metszéspontja

Metszéspont [g egyenes, c kúpszelet] g és c összes metszéspontja (max. 2)

Metszéspont [g egyenes, c kúpszelet, n szám] g és c n-edik metszéspontja

Metszéspont [c kúpszelet, d kúpszelet] c és d kúpszelettel összes metszéspontja (max. 4)

Metszéspont [c kúpszelet, d kúpszelet, n szám] c és d kúpszeletek n-edik metszéspontja

Metszéspont [f polinom, g polinom] f és g összes metszéspontja

Metszéspont [f polinom, g polinom, n szám] f és g n-edik metszéspontja

Metszéspont [f polinom, g egyenes] f és g összes metszéspontja

Metszéspont [f polinom, g egyenes, n szám] f és g n-edik metszéspontja

Metszéspont [f függvény, g függvény, A pont] f és g metszéspontja A kezdőértékkel (a Newton módszerhez)

Metszéspont [f függvény, g egyenes, A pont] f és g metszéspontja A kezdőértékkel (a Newton módszerhez)

Gyök

Gyök [f polinom] f polinom összes gyöke (pontként)

Gyök [f függvény, a szám] f függvény egy gyöke "a" kezdőértékkel (a Newton módszerhez)

Gyök [f függvény, a szám, b szám] f függvény egy gyöke [a,b] intervallumon (Regula Falsi)

Szélsőérték

Szélsőérték [f polinom] Az f függvény összes helyi szélsőértéke (pontként)

Inflexióspont

Inflexióspont [f polinom] f függvény összes inflexióspontja

4.3.5 Vektor

Vektor

Vektor [A pont, B pont] AB irányú vektor

Vektor [pont] Pont helyvektora

Irány

Irány [egyenes] Egyenes irányvektora. Ha az egyenes egyenlete $ax+by = c$, akkor irányvektora $(b, -a)$.

EgységVektor

EgységVektor [egyenes] Egyenes egység hosszúságú irányvektora

EgységVektor [vektor] Vektor egységvektora

(4.3.5)

NormálVektor

NormálVektor [egyenes] Egyenes normálvektora. Ha az egyenes egyenlete $ax + by = c$, akkor normálvektora (a, b) .

NormálVektor [vektor] Vektor normálvektora. Ha a vektor koordinátái (a, b) , akkor a normálvektoráé $(-b, a)$.

EgységnyiNormálVektor

EgységnyiNormálVektor [egyenes] Egyenes egységnyi normálvektora.

EgységnyiNormálVektor [vektor] Vektor egységnyi normálvektora.

4.3.6 Szakasz**Szakasz**

Szakasz [A pont, B pont] A és B által meghatározott szakasz.

Szakasz [A pont, a szám] A kezdőpontú, a hosszúságú szakasz. A szakasz másik végpontja is létrejön.

4.3.7 Félegyenes**Félegyenes**

Félegyenes [A pont, B pont] A kezdőpontú, B-re illeszkedő félegyenes

Félegyenes [A pont, v vektor] A kezdőpontú, v irányvektorú félegyenes

4.3.8 Sokszög**Sokszög**

Sokszög [A pont, B pont, C pont, ...] Pontok által meghatározott sokszög.

4.3.9 Egyenes

Egyenes

Egyenes [A pont, B pont] A, B pontokra illeszkedő egyenes

Egyenes [A pont, g egyenes] A-ra illeszkedő, g-vel párhuzamos egyenes

Egyenes [A pont, v vektor] A-ra illeszkedő, v irányvektorú egyenes

Merőleges

Merőleges [A pont, g egyenes] A-ra illeszkedő, g-re merőleges egyenes

Merőleges [A pont, v vektor] A-ra illeszkedő, v normálvektorú egyenes

Szakaszfelező

Szakaszfelező [A pont, B pont] AB szakasz szakaszfelező merőlegese

Szakaszfelező [s szakasz] s szakasz szakaszfelező merőlegese

Szögfelező

Szögfelező [A pont, B pont, C pont] ABC szög szögfelezője. B pont a szög csúcsa.

Szögfelező [g egyenes, h egyenes] g és h által meghatározott szögek szögfelezői (az összes)

Érintő

Érintő [A pont, c kúpszelet] A pontból c kúpszelethez húzott (összes) érintő

Érintő [g egyenes, c kúpszelet] c kúpszelet összes olyan érintője, amelyik párhuzamos g-vel

Érintő [a szám, f függvény] f(x) függvény érintője $x=a$ pontban

Érintő [A pont, f függvény] f(x) függvény érintője $x=x(A)$ pontban

Aszimptota

Aszimptota [c hiperbola] Egy hiperbola mindkét aszimptotája

Vezéregyenes

Vezéregyenes [c parabola] Egy parabola vezéregyenesese

Tengelyek

Tengelyek [c kúpszelet] Egy kúpszelet nagy- és kistengelye

NagyTengely

NagyTengely [c kúpszelet] Egy kúpszelet nagytengele

KisTengely

KisTengely [c kúpszelet] Egy kúpszelet kistengelye

Poláris

Poláris [A pont, c kúpszelet] A pont c kúpszeletre vonatkozó polárisa

Átmérő

Átmérő [g egyenes, c kúpszelet] c kúpszelet egy átmérője, mely párhuzamos g egyenessel

Átmérő [v vektor, c kúpszelet] c kúpszelet egy átmérője, mely párhuzamos v vektor tartóegyenesével

4.3.10 Kúpszelet**Kör**

Kör [M pont, r szám] Kör M középponttal és r sugárral

Kör [M pont, s szakasz] Kör M középponttal és s sugárral

Kör [M pont, A pont] M középpontú A pontra illeszkedő kör

Kör [A pont, B pont, C pont] Három pontra (A, B, C) illeszkedő kör

Ellipszis

Ellipszis [F pont, G pont, a szám] Két fókuszával (F, G) és főtengelyhosszával (a) megadott ellipszis a. feltétel: $2a > \text{Távolság}[F,G]$

Ellipszis [F pont, G pont, s szakasz] Két fókuszával (F, G) és főtengelyhosszával (s) megadott ellipszis b. feltétel: $a = \text{Hossz}[s]$

Hiperbola

Hiperbola [F pont, G pont, a szám] Két fókuszával (F, G) és valós tengelyének hosszával (a) megadott hiperbola a. feltétel: $0 < 2a < \text{Távolság}[F,G]$

Hiperbola [F pont, G pont, s szakasz] Két fókuszával (F, G) és valós tengelyének hosszával (s) megadott hiperbola b. feltétel: $a = \text{Hossz}[s]$

Parabola

Parabola [F pont, g egyenes] Fókuszpontjával (F) és vezéregyenesével (g) megadott parabola

Kúpszelet

Kúpszelet [A pont, B pont, C pont, D pont, E pont] Öt pontra illeszkedő kúpszelet (négy pont nem illeszkedhet egy egyenesre)

4.3.11 Függvény**Derivált**

Derivált [f függvény] f(x) függvény deriválja

Derivált [f függvény, n szám] f(x) függvény n-edik deriválja

Integrál

Integrál [f függvény] f(x) függvény határozatlan integrálja

Lásd integrál definíciója, 4.3.2.

Polinom

Polinom [f függvény] ábrázolja az f polinomfüggvényt.

Például: $\text{Polinom}[(x - 3)^2]$ jelenti az $x^2 - 6x + 9$ polinomfüggvényt

TaylorPolinom

TaylorPolinom [f függvény, a szám, n szám] power series expansion for function f about the point $x=a$ to order n

Függvény

Függvény [f függvény, a szám, b szám] ábrázol egy függvényt, ami az [a,b] intervallumon megegyezik az f függvénnyel, azon kívül pedig nincs definiálva.

4.3.12 Ív és cikk

Az ív algebrai értéke a hossza, a cikk értéke pedig a területe.

Félkör

Félkör [A pont, B pont] Az AB szakaszra rajzolt félkör.

Körív

Körív [M pont, A pont, B pont] Körív A és B pont között M középponttal. Megjegyzés: a B pontnak nem kell illeszkednie a körívre.

Körív2

Körív2 [pont, pont, pont] Három pontra illeszkedő körív.

Ív

Ív [c kúpszelet, A pont, B pont] A és B pont közé eső kúpszelet ív. (kör vagy ellipszis)

Ív [c kúpszelet, t1 szám, t2 szám] Ív a t1 és t2 paraméterek között, ahol a paraméterek a következő formájúak:

- kör: $(r \cos(t), r \sin(t))$, ahol r a kör sugara
- ellipszis: $(a \cos(t), b \sin(t))$, ahol 'a' és 'b' a fő- ill. a kistengely hossza

Körcikk

Körcikk [M pont, A pont, B pont] Körszelet A és B pontok között M középponttal. Megjegyzés: a B pontnak nem kell illeszkednie a körívre.

Körcikk2

Körcikk2 [pont, pont, pont] Három pontra illeszkedő körszelet.

Cikk

Cikk [c kúpszelet, A pont, B pont] Kúpszelet cikk, amelyet az AOB szög kimetsz (lehet kör vagy ellipszis, O pont a kúpszelet középpontja).

Cikk [c kúpszelet, t1 szám, t2 szám] Szelet a t1 és t2 paraméterek között, ahol a paraméterek a következő formájúak:

- kör: $(r \cos(t), r \sin(t))$, ahol r a kör sugara
- ellipszis: $(a \cos(t), b \sin(t))$, ahol a és b a kúpszelet fél nagy- ill. kistengelye.

4.3.13 Kép

Sarok

Sarok [kép, n szám] a megadott kép n-edik sarkával megegyező koordinátájú pontot hoz létre ($n = 1, \dots, 4$; az 1. sarok a bal alsó, 4. a jobb alsó).

4.3.14 Mértani hely

Mértanihely

Mértanihely [Q pont, P pont] Ábrázolja a Q pont P ponttól függő mértani helyét. A P pontnak illeszkednie kell egy alakzatra (egyenesre, szakaszra, körre, ...).

4.3.15 Geometriai transzformációk

Ha új névhez rendeled az alábbi parancsok bármelyikét, akkor transzformált alakzat egy másolata jön létre. A Tükrözés [A, g] parancs tükrözi az A pontot a g egyenesre és megváltoztatja A pont helyzetét (a saját maga tükörképe lesz). A $B = \text{Tükrözés}[A, g]$ parancs viszont létrehoz egy új pontot (B) és az A pontot változatlanul hagyja.

Eltolás

Eltolás [A pont, v vektor] A pont v vektorral való eltolás

Eltolás [g egyenes, v vektor] g egyenes v vektorral való eltolás

Eltolás [c kúpszelet, v vektor] c kúpszelet v vektorral való eltolás

Eltolás [c függvény, v vektor] f függvény v vektorral való eltolás

Eltolás [P sokszög, v vektor] P sokszög v vektorral való eltolás Az új csúcsok és oldalak is létrejönnek.

Eltolás [p kép, v vektor] p kép v vektorral való eltolás

Eltolás [v vektor, p pont] v vektor P kezdőpontba való eltolása

Forgatás

Forgatás [A pont, fi szög] A pont origó középpontú phi szöggel való elforgatás.

Forgatás [v vektor, fi szög] v vektor origó középpontú phi szöggel való elforgatás.

Forgatás [g egyenes, fi szög] g egyenes origó középpontú phi szöggel való elforgatás.

Forgatás [c kúpszelet, fi szög] c kúpszelet origó középpontú phi szöggel való elforgatás.

Forgatás [P sokszög, fi szög] P sokszög origó középpontú phi szöggel való elforgatás. Az új csúcsok és oldalak is létrejönnek.

Forgatás [p kép, fi szög] p kép origó középpontú phi szöggel való elforgatás.

Forgatás [A pont, fi szög, B pont] A pont B pontra vonatkozó phi szöggel való elforgatás.

Forgatás [g egyenes, fi szög, B pont] g egyenes B pontra vonatkozó phi szöggel való elforgatás.

Forgatás [c kúpszelet, fi szög, B pont] c kúpszelet B pontra vonatkozó phi szöggel való elforgatás.

Forgatás [P sokszög, fi szög, B pont] P sokszög B pontra vonatkozó phi szöggel való elforgatás. Az új csúcsok és oldalak is létrejönnek.

Forgatás [p kép, fi szög, B pont] p kép B pontra vonatkozó phi szöggel való elforgatás.

Tükrözés

Tükrözés [A pont, B pont] A pont B pontra vonatkozó tükörképe.

Tükrözés [g egyenes, B pont] g egyenes B pontra vonatkozó tükörképe.

Tükrözés [c kúpszelet, B pont] c kúpszelet B pontra vonatkozó tükörképe.

Tükrözés [P sokszög, B pont] P sokszög B pontra vonatkozó tükörképe. Az új csúcsok és oldalak is létrejönnek.

Tükrözés [p kép, B pont] p képnek B pontra vonatkozó tükörképe.

Tükrözés [A pont, h egyenes] A pont h egyenesre vonatkozó tükörképe.

Tükrözés [g egyenes, h egyenes] g egyenes h egyenesre vonatkozó tükörképe.

Tükrözés [c kúpszelet, h egyenes] c kúpszelet h egyenesre vonatkozó tükörképe.

Tükrözés [P sokszög, h egyenes] P sokszög h egyenesre vonatkozó tükörképe. Az új csúcsok és oldalak is létrejönnek.

Tükrözés [p kép, h egyenes] p kép h egyenesre vonatkozó tükörképe.

Nyújtás

Nyújtás [A pont, f szám, S pont] A pont S középpontú, f együtthatós nyújtása.

Nyújtás [h egyenes, f szám, S pont] h egyenes S középpontú, f együtthatós nyújtása.

Nyújtás [c kúpszelet, f szám, S pont] c kúpszelet S középpontú, f együtthatós nyújtása.

Nyújtás [P sokszög, f szám, S pont] P sokszög S középpontú, f együtthatós nyújtása. Az új csúcsok és oldalak is létrejönnek.

Nyújtás [p kép, f szám, S pont] p kép S középpontú, f együtthatós nyújtása

Chapter 5

Nyomtatás és exportálás

5.1 Nyomtatás

5.1.1 Rajzlap

Ez a funkció a *Nyomtatási kép / Rajzlap...* menüponttal érhető el a *File* menüből. Megadható a szerkesztés címe, a készítő, a készítés dátuma valamint a papíron megjelenő ábra mérete (centiméterben)

Minden változtatás után az *Enter* leütésével lehet aktualizálni a nyomtatási képet.

5.1.2 Szerkesztő protokoll

Két lehetőség kínálkozik a Szerkesztő protokoll nyomtatási képének megtekintéséhez:

- A *File* menüben a *Nyomtatási kép* alatt található egy *Szerkesztő protokoll* menüpont.
- A *Nézet* menüben a Szerkesztő protokoll megnyitása után megjelenő ablakban érhető el a *File / Nyomtatási kép...* menüponttal.

A második lehetőség nagyobb rugalmasságot biztosít, ugyanis a Szerkesztő protokoll helyi menüjében be- és kikapcsolhatók az egyes oszlopok (lásd a Szerkesztő protokoll saját *Nézet* menüje).

A nyomtatási képen megadható a szerkesztés címe, szerzője valamint a készítés dátuma.

5.2 Rajzlap mint kép

A *File* menüben az *Export* alatta található ez a funkció. Megadható a kép mérete (centiméterben), felbontása (dpi-ben). Az exportált kép valós mérete az ablak alsó részén látható.

A következő *formátumok* közül lehet választani:

PNG - Portable Network Graphics: Ez egy pixel grafikus formátum, a magasabb felbontás (dpi) jobb minőséget eredményez (általában a 300 dpi elegendő). Ezen formátum utólagos átméretezésére nincs lehetőség, ill. adatvesztést (minőségromlást) okozhat.

PNG grafikus file-ok a weben ill. szövegszerkesztőkben történő használatra a legalkalmasabbak. Az MS Word dokumentumba például a *Beszúrás / Kép / Fájlból...* menüponttal lehet beilleszteni (érdemes megbizonyosodni arról, hogy a mérete 100%-os).

EPS - Encapsulated Postscript: Ez egy vektor grafikus formátum. EPS képek a minőség romlása nélkül bármikor átméretezhetők. Ezen formátum vektor grafikus programok (pl. Corel Draw) ill. professzionális szövegszerkesztő rendszerek (pl. \LaTeX) számára megfelelőek.

Egy EPS kép felbontása minden esetben 72dpi. Ez csak a kép valós méretének kiszámítására szolgál, nincs befolyással a kép minőségére.

Megjegyzés: kitöltött sokszögek és kúpszeletek áttetszősége nem használható ebben a formátumban.

5.3 Rajzlap a vágólapra

Ez a funkció a *File / Export* menüpont alatt érhető el. Működése: a rajzlapról készült PNG formátumú képernyőképet másol a vágólapra. Ezután ez könnyen beilleszthető más programokba (pl. MS Word) anélkül, hogy el kellene menteni a képet.

Ha a szerkesztés egy megadott mérettel történő exportálására van szükség, akkor a *Rajzlap mint kép* funkció használata javasolt (*File / Export*).

5.4 Szerkesztő protokoll mint weblap

Két lehetőség van ennek a funkciónak az elérésére:

- A *File* menüben az *Export* alatt található *Szerkesztő protokoll mint weblap (html)* menüponton keresztül.
- A *Nézet* menüben a Szerkesztő protokoll megnyitása után megjelenő ablakban érhető el a *File / Export mint weblap (html)* menüponttal.

A második lehetőség nagyobb rugalmasságot biztosít, ugyanis a Szerkesztő protokoll helyi menüjében be- és kikapcsolhatók az egyes oszlopok (lásd a Szerkesztő protokoll saját *Nézet* menüje).

Az export ablakban megadható a szerkesztés címe, szerzője és a szerkesztés dátuma, valamint kiválasztható, hogy a rajzlapot (mint képet) és az algebra ablakot is szeretnénk-e exportálni.

Az exportált HTML file-t meg lehet nézni bármely internet böngészővel (pl. Mozilla, Internet Explorer) és egyszerűen szerkeszthető bármely szövegszerkesztővel (pl. Frontpage, Word).

5.5 Dinamikus munkalap mint weblap

Ez a funkció a *File / Export* menüpont alatt érhető el.

Az export ablakban megadható a szerkesztés címe, a szerző, a szerkesztés dátuma, valamint egy bevezető (előtte) és egy magyarázat (utána). A szerkesztés maga közvetlenül be lesz ágyazva a weblapba, de ez később GeoGebrával is megnyitható.

Megjegyzés: ne adjunk meg túl nagy értéket a dinamikus munkalap szélességének vagy magasságának, mert az a láthatóságot ronthatja.

Három file jön létre exportálás után:

1. html file, pl. *kör.html* - ez tartalmazza a munkalapot.
2. ggb file, pl. *kör_worksheet.ggb* - ez tartalmazza a GeoGebra szerkesztést.
3. *geogebra.jar* - ez teszi lehetővé, hogy a GeoGebra szerkesztés interaktív legyen.

Mindhárom file-nak egy könyvtárban kell lennie, hogy a dinamikus munkalap működjön. Természetesen később ezeket át lehet másolni más könyvtárba is.

Megjegyzés: Az exportált HTML file (pl. *kör.html*) bármilyen internet böngészővel megnézhető (pl. Mozilla, Internet Explorer). A munkalap működéséhez még a Java környezet megléte szükséges. Ez ingyenesen beszerezhető a *java.sun.com* oldalról. Ha iskolai környezetben kívánjuk használni a munkalapot, kérjük meg a rendszergazdát, hogy telepítsen Java környezetet az iskola gépekre

A munkalap könnyen szerkeszthető számos szövegszerkesztő programmal (pl. Frontpage, Word), ha megnyitjuk az exportált HTML file-t.

Chapter 6

Beállítások

A globális beállítások a *Beállítások* menüben változtathatók meg. Az alakzatok megváltoztatásához használd a környezeti menüt. (3.1.1).

6.1 Pont elfogás

Pont igazítása a rácshoz

6.2 Szög egysége

A szögek mértékegységének meghatározás, fokban ($^{\circ}$) vagy radiánban (rad) jelenjenek-e meg. Szögek megadása mindig ebben a két egységben lehetséges (fok és radián).

6.3 Tizedes helyek

Lehetséges tizedeshelyek: 0, 1, ..., 5

6.4 Pont stílus

Pontok megjelenésének meghatározása, lehet pont vagy kereszt.

6.5 Grafika

A rajztáblán látható grafika minőségének meghatározása.

6.6 Betű méret

Betűméret meghatározása nyomdai pontban (pt).

6.7 Nyelv

A GeoGebra egy soknyelvű projekt. Itt változtathatod meg a nyelvi beállításokat. Ennek hatására a teljes program nyelvezete megváltozik, beleértve a parancsok neveit is.

6.8 Rajzlap

Egy új ablakot nyit meg, ahol a rajztábla beállításait lehet megváltoztatni (tengelyek, koordináta-rács, stb.).

Index

- Átmérő
 - command, 34
- Érintő
 - command, 33
- Érintők
 - mode, 17
- Ív
 - command, 36
- Új pont
 - mode, 14
- L^AT_EX, 20

- Alakzatok mutatása / elrejtése
 - mode, 14
- Alakzatok törlése
 - mode, 14
- Alsóösszeg
 - command, 29
- angle, 24
 - limit value, 24
 - reflex, 24
- animation, 23
- arc, 36
- area
 - between two functions, 29
 - definite integral, 29
- arithmetic operations, 26
- Aszimptota
 - command, 33
- axes
 - xAxis, yAxis, 25
- axes ratio, 12

- background image, 22

- Centrális nyújtás
 - mode, 20
- Centrális tükrözés
 - mode, 19
- Cikk
 - command, 36
- Colour, 11
- commands, 27
- conic section, 25
- Construction Protocol, 12
- construction protocol
 - export, 41
- context menu, 11
- Csúcspon t
 - command, 30
- Csúszka
 - mode, 18

- decimal places, 43
- Delete, 11
- Derivált
 - command, 35
- drawing pad
 - export, 40
 - to clipboard, 41
- dynamic worksheet, 42

- Edit, 11
- Egyenes
 - command, 33
 - mode, 16
- Egységnyi NormálVektor
 - command, 32
- EgységVektor

- command, 32
- Ellipszis
 - command, 34
- Eltolás
 - command, 37
 - mode, 20
- Excentricitás
 - command, 28
- expand
 - polynomial, 35
- export, 40
- Függvény
 - command, 35
- Félegyenes
 - command, 32
 - mode, 15
- Félkör
 - command, 36
 - mode, 18
- Fókusz
 - command, 30
- Feliratok mutatása / elrejtése
 - mode, 14
- FelsőÖsszeg
 - command, 29
- Filling, 11
- Forgatás
 - command, 37
 - mode, 19
- format
 - copy visual style, 14
- Formula, 20
- Function, 25
- function
 - limit to interval, 26
- Gyök
 - command, 31
- hide, 11
- Hiperbola
 - command, 35
- Hossz
 - command, 28
- image
 - background, 22
 - corner, 37
 - insert, 21
 - position, 21
 - transparency, 22
- index, 24, 27
- InflexióPont
 - command, 31
- Input Field, 24
- Integrál
 - command, 29, 35
- integral
 - definite, 29
 - indefinite, 35
- Irány
 - command, 31
- Kör
 - command, 34
- Kör középponttal és kerületi ponttal
 - mode, 17
- Kör középponttal és sugárral
 - mode, 17
- Köréírt kör
 - mode, 17
- Körív
 - command, 36
- Körív belső ponttal
 - mode, 18
- Körív középponttal
 - mode, 18
- Körív2
 - command, 36
- Körcikk
 - command, 36
- Körcikk belső ponttal
 - mode, 18
- Körcikk középponttal
 - mode, 18
- Körcikk2

- command, 36
- Közép
 - command, 30
- Középpont
 - command, 30
 - mode, 15
- Kép beszúrása
 - mode, 21
- Kúpszelet
 - command, 35
- Kúpszelet öt ponton keresztül
 - mode, 17
- Kapcsolat
 - command, 27
 - mode, 13
- Kicsinyítés
 - mode, 13
- KisTengely
 - command, 34
- KisTengelyHossz
 - command, 28
- limit
 - function to interval, 26
- limit value
 - number, angle, 24
- line, 25
 - convert to segment: redefine, 12
- Line Style, 11
- Line Thickness, 11
- Mértani hely
 - mode, 19
- Mértanihely
 - command, 37
- Merőleges
 - command, 33
 - mode, 16
- Meredekség
 - command, 28
- Metszéspont
 - command, 30
 - mode, 14
- movements, 37
- Mozgatás
 - mode, 13
- Nagyítás
 - mode, 13
- NagyTengely
 - command, 34
- NagyTengelyHossz
 - command, 28
- NormálVektor
 - command, 32
- number, 24
 - limit value, 24
- Nyújtás
 - command, 39
- Párhuzamos
 - mode, 16
- Parabola
 - command, 35
- Paraméter
 - command, 28
- point, 24
 - place on line: redefine, 12
 - remove from line: redefine, 12
- point capturing, 43
- point style, 43
- Poláris
 - command, 34
 - mode, 17
- Polinom
 - command, 35
- Pont
 - command, 30
- Pont körüli forgatás
 - mode, 13
- print
 - construction protocol, 40
 - drawing pad, 40
- Protocol, 12
- protocol
 - export, 41

- Rajzlap mozgatása
 - mode, 13
- redefine, 12
- Rename, 11
- Súlypont
 - command, 30
- Sarok
 - command, 37
- scalar product, 26
- sector, 36
- segment
 - convert to line: redefine, 12
- show, 11
- simplify
 - polynomial, 35
- Size, 11
- Sokszög
 - command, 32
 - mode, 16
- square root, 26
- Sugár
 - command, 28
- Szög
 - command, 29
 - mode, 19
- Szög adott mérettel
 - mode, 19
- Szögfelező
 - command, 33
 - mode, 16
- Szöveg beszúrása
 - mode, 20
- Szélsőérték
 - command, 31
- Szakasz
 - command, 32
 - mode, 15
- Szakasz felező
 - mode, 16
- Szakasz távolsággal
 - mode, 15
- Szakaszfelező
 - command, 33
- Törlés
 - command, 27
- Tükrözés
 - command, 38
- Távolság
 - command, 28
 - mode, 18
- TaylorPolinom
 - command, 35
- Tengelyek
 - command, 34
- Tengelyes tükrözés
 - mode, 19
- Terület
 - command, 28
- Trace, 12
- transformations
 - geometric, 37
- transparent
 - image, 22
- trigonometric functions, 26
- value
 - change, 23
- vector, 24
- Vektor
 - command, 31
 - mode, 15
- Vektor pontból
 - mode, 15
- Vezéregyenes
 - command, 33
- visual style
 - copy, 14
- Vizuális stílus másolása
 - mode, 14
- worksheet
 - dynamic, 42
- xAxis, 25
- yAxis, 25

zoom, 12